

3次元 FEM 地盤のモデル化領域に関する検討

Study on Modeled Area of Soil with Three-Dimensional Finite Element Method

日向 仁 小磯 利博 岩本 賢治

要 約

FEM による地盤モデルを用いた時刻歴応答解析では、モデル化する領域の幅や深さによって地盤ばねや建物応答の精度が変動することが知られているが、それらの知見の多くは擬似 3 次元モデルに限られたものである。そこで、本報では 3 次元の直接基礎一均質地盤モデルを対象とし、モデル化領域に関する知見の蓄積と整理を目的に検討を実施した。まず、モデル化する地盤領域の大きさをパラメータに地盤ばねを算出し、薄層要素法の結果を参照解として比較した。モデル化領域を大きく取るほど、地盤ばねの誤差が小さくなることを確認した。さらに、水平 1 自由度系建物の絶対加速度応答倍率を用いて、地盤ばねの誤差が建物の応答に与える影響について検討した。建物の振動特性をパラメータとし、地盤ばねの誤差の影響について評価した。

目 次

- I. はじめに
- II. 解析モデル
- III. 地盤ばねの比較
- IV. 絶対加速度応答倍率の比較
- V. まとめ

I. はじめに

建物の地震時挙動を精度よく評価するには、建物と地盤の相互作用を適切に考慮する必要があり、長年にわたり各種解析モデルが開発されてきた。例えば、原子力施設では、地盤の影響を地盤ばねとして考慮した SR モデル¹⁾や、地盤をばね要素でモデル化した格子モデル²⁾などが利用されている。

近年、計算機性能の向上に伴い、建物周辺の地盤を 3 次元 FEM によってモデル化し、建物と地盤を一体で解くことが行われている^{例(3), 4)}。解析モデルの規模は大きくなるものの、地盤の不整形性や建物の埋込み効果が適切に考慮できるなどのメリットがあり、今後も利用が広がるものと考えられる。

FEM による地盤モデルでは、建物周辺の有限領域をモデル化することになるため、地盤モデルの周囲に境界条件の設定が必要となる。本来は半無限に連続的に広がる地盤に対して、特定の位置に不連続面を設けるため、逸散すべき波動が

反射されてしまう。逸散すべき波動を吸収するための境界条件として、ダッシュポットを用いた粘性境界⁵⁾が多用されているものの、粘性境界においても波動の一部が境界面で反射するため、モデル化する領域幅や深さによって精度が変動することが知られている。擬似 3 次元の FEM モデルについては、モデル化するべき最小領域が示されており⁶⁾、基礎の浮き上がりを考慮した解析では、文献 6) で示されている領域よりも大きく取ることが推奨されている⁷⁾。しかし、これらは擬似 3 次元 FEM モデルに対する知見であり、3 次元 FEM モデルへの適用性については不明である。3 次元 FEM により地盤モデルを作成する場合、解析者は限られた知見を準用してモデル化する領域の幅や深さを判断していると推察される。

そこで、本報では 3 次元 FEM 地盤を含んだ時刻歴応答解析のモデル化領域に関する知見の蓄積および整理を目的に、直接基礎一均質地盤モデルを対象とした検討を行う。まず、地盤の幅や深さをパラメータとし、水平方向の半無限性が考慮されている薄層要素法（以下、TLM）モデルによる地盤ばねを参照解とした比較を行い、誤差を評価する。次に、地盤ばねの誤差が建物の応答に与える影響を検討するため、水平 1 自由度系建物を対象に、地動加速度入力に対する建物の絶対加速度応答倍率を求める。そして、建物の振動特性をパラメータとし、地盤ばねの誤差の影響を評価する。

キーワード：FEM, 地盤モデル, 時刻歴応答解析, モデル化領域, 薄層要素法, 地盤ばね, 絶対加速度応答倍率

Keywords: Finite Element Method, Soil Model, Time History Response Analysis, Modeled Area, Thin Layer Method, Soil Impedance, Response Factor of Absolute Acceleration

II. 解析モデル

Fig. 1 に、3次元 FEM による地盤モデルを示す。一辺 8m の立方体のソリッド要素から成る地盤および 80m 四方の無質量剛基礎（幅：B=80m）で構成したモデルである。

地盤物性について、単位体積重量：19.6kN/m³、ポアソン比：0.45、せん断波速度：Vs=700m/s の均質地盤とし、材料減衰は考慮しない。

Table 1 に、FEM モデルの検討領域と呼称を示す。検討領域は全部で5つとし、5B-2B のモデルは、地盤幅：5×80m=400m 四方、地盤深さ：2×80m=160m のモデルを指す。

解析条件は、時間刻み：0.01s、継続時間：20s（データ数：2,000）による時刻歴応答解析とし、入力は、基礎中心における水平方向（x 軸）と回転方向（y 軸周り）のインパルス加振とした。

境界条件について、①基礎中心を通る xz 平面（図中□）を対称面とした 1/2 対称条件、②対称面以外の底面および側面において粘性境界とした。

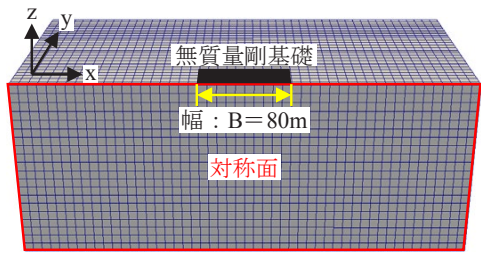


Fig. 1 3次元FEMによる地盤モデル (3-Dimensional Finite Element Model of Soil)

III. 地盤ばねの比較

Table 2 に示す層分割で離散化した TLM モデルによる地盤ばねを参照解とし、領域が異なる各 FEM モデルによる地盤ばねを比較する。無次元化した水平地盤ばねおよび回転地盤ばねを、無次元振動数： $\omega b/V_s=0.018\sim 3.0$ （加振振動数：0.05～8.35Hz）の範囲で示す。ただし、 ω ：加振円振動数、 b ：基礎半幅、 $Re(K_{HH})$ ：水平地盤ばね実部、 $Im(K_{HH})$ ：水平地盤ばね虚部、 $Re(K_{RR})$ ：回転地盤ばね実部、 $Im(K_{RR})$ ：回転地盤ばね虚部、 G ：せん断弾性係数とする。

Fig. 2 に、地盤深さが異なる FEM モデルと TLM モデルの地盤ばねの比較を示す。各地盤ばねにおいて、5B-2B と 5B-3B はほぼ重なっており、5B-1B よりも TLM モデルの結果に近いことが分かる。

Fig. 3 に、地盤深さ：2B を対象に、地盤幅が異なる FEM モデルと TLM モデルの地盤ばねの比較を示す。水平地盤ばねにおいては、幅が広がる（3B→5B→7B）につれて、TLM モデルの結果に近づいており、回転地盤ばねにおいては、5B-2B と 7B-2B はほぼ重なっており、3B-2B よりも TLM モデルの結果に近いことが分かる。

Table 1 FEMモデルの検討領域と呼称 (Target Areas of Finite Element Model)

		地盤幅(基礎幅：B×)		
		3	5	7
地盤深さ (基礎幅：B×)	1		5B-1B	
	2	3B-2B	5B-2B	7B-2B
	3		5B-3B	

Table 2 TLMモデルの層分割 (Discretization of TLM Model)

深さ [m]	層厚 [m]	層数
0～40	2	20
40～80	4	10
80～120	8	5
120～700	10	58
700	半無限境界	

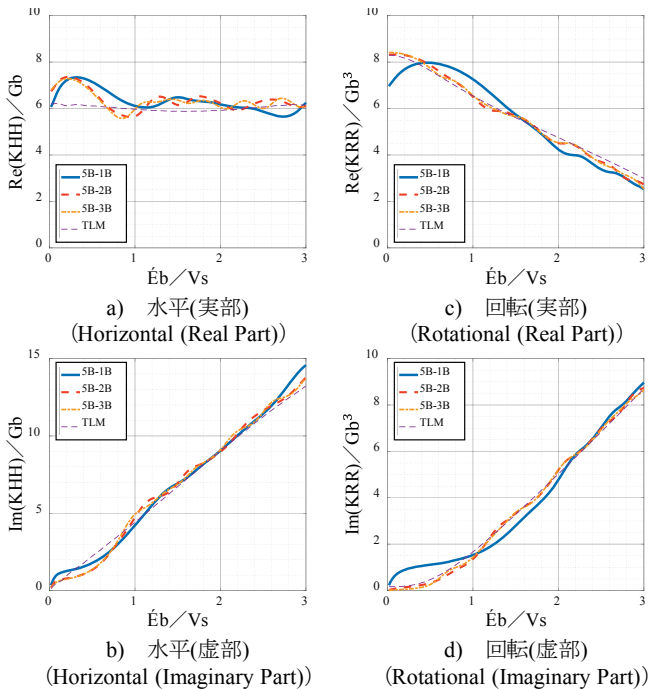


Fig. 2 深さが異なるFEMモデルとTLMモデルの地盤ばねの比較 (Comparison of Soil Impedances : TLM Model and FEM Models with Regard to Depth)

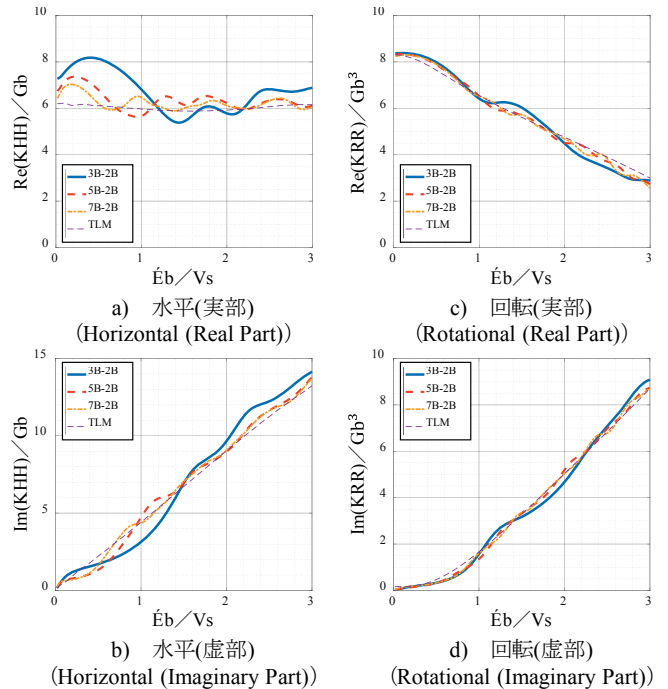


Fig. 3 幅が異なるFEMモデルとTLMモデルの地盤ばねの比較 (Comparison of Soil Impedances : TLM Model and FEM Models with Regard to Breadth)

Table 3 各FEMモデルの地盤ばねの誤差
(Errors of Soil Impedances of Each FEM Model)

		水平地盤ばね			回転地盤ばね			
		地盤幅			地盤幅			
		3B	5B	7B	3B	5B	7B	
実部 誤差	地盤 深さ	1B	0.55		0.50			
		2B	1.04	0.51	0.33	0.32	0.18	0.19
		3B		0.47			0.16	
虚部 誤差	地盤 深さ	1B		0.44			0.41	
		2B	0.86	0.43	0.29	0.27	0.15	0.14
		3B		0.40			0.13	

Table 3 に、各 FEM モデルの地盤ばねの誤差を示す。誤差評価には、無次元振動数： $\omega b/V_s=0.018\sim 3.0$ (加振振動数： $0.05\sim 8.35\text{Hz}$) における TLM との平均二乗誤差 (RMSE) を用いた。水平地盤ばねは水平方向モデル化領域を大きく取るほど、回転地盤ばねはモデル化領域を 5B-2B 以上取ることで精度が良くなっている。

IV. 絶対加速度応答倍率の比較

IV章では、III章で比較した地盤ばねの誤差が建物の応答に対してどの程度の影響を与えるかを絶対加速度応答倍率により評価する。

本報告では、Fig. 3 で比較した水平地盤ばねのみを対象に、水平1自由度系建物の絶対加速度応答倍率に基づいた誤差評価を行う。Fig. 4 に示すモデルは、水平地盤ばね： k_s, c_s 上に、剛基礎 (質量： m_F) を介して1質点の建物 (質量： m_B , 剛性： k_B , 減衰係数： c_B) が建っているモデルである。水平方向地動加速度入力： \ddot{x}_G に対する振動方程式を時間領域で表現すると、(1)式となる。ただし、 $\ddot{u}_B(t), \dot{u}_B(t), u_B(t)$: 建物の相対加速度応答, 相対速度応答, 相対変位応答であり、 $\ddot{u}_F(t), \dot{u}_F(t), u_F(t)$: 基礎の相対加速度応答, 相対速度応答, 相対変位応答である。

$$\begin{bmatrix} m_B & 0 \\ 0 & m_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_B(t) \\ \ddot{u}_F(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_B & -c_B \\ -c_B & c_B + c_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_B(t) \\ \dot{u}_F(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_B & -k_B \\ -k_B & k_B + k_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_B(t) \\ u_F(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -m_B \ddot{x}_G(t) \\ -m_F \ddot{x}_G(t) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

(1)式を振動数領域における加速度応答： $\{\ddot{U}_B(\omega) \ \ddot{U}_F(\omega)\}^T$ および加速度入力： $\ddot{X}_G(\omega)$ について整理すると、(2)式となる。

$$\begin{bmatrix} m_B & 0 \\ 0 & m_F \end{bmatrix} - \frac{i}{\omega} \begin{bmatrix} c_B & -c_B \\ -c_B & c_B + c_s \end{bmatrix} - \frac{1}{\omega^2} \begin{bmatrix} k_B & -k_B \\ -k_B & k_B + k_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_B(\omega) \\ \ddot{U}_F(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -m_B \ddot{X}_G(\omega) \\ -m_F \ddot{X}_G(\omega) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

(2)式より、 $m_F = 0$ (無質量剛基礎)、 $k_s = \text{Re}(\text{KHH})$, $c_s = \text{Im}(\text{KHH})/\omega$ のとき、建物の絶対加速度応答倍率： $(\ddot{U}_B(\omega) + \ddot{X}_G(\omega))/\ddot{X}_G(\omega)$ は(3)式となる。ただし、 f_B : 1 質点建物の基礎固定時の非減衰固有振動数、 h_B : 1 質点建物の減衰定数、 $\text{KHH}(\omega) = \text{Re}(\text{KHH}) + \text{Im}(\text{KHH}) \cdot i$ とする。

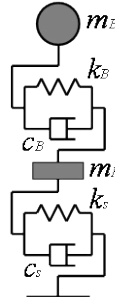


Fig. 4 誤差評価モデル (Error Evaluation Model)

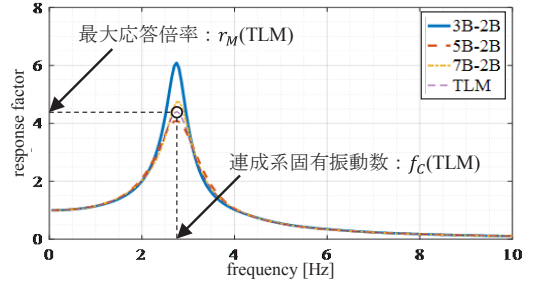


Fig. 5 建物の絶対加速度応答倍率
($h_B=3\%$, $f_B=3.3\text{Hz}$, $m_B=3.0 \times 10^8\text{kg}$)
(Building Response Factor of Absolute Acceleration)

$$\frac{\ddot{U}_B(\omega) + \ddot{X}_G(\omega)}{\ddot{X}_G(\omega)} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{4\pi^2 f_B^2} + 4\pi h_B f_B \omega i - \frac{m_B \omega^2}{\text{KHH}(\omega)}} \quad (3)$$

例として、(3)式において、 $h_B=3\%$, $f_B=3.3\text{Hz}$, $m_B=3.0 \times 10^8\text{kg}$ とした場合の建物の絶対加速度応答倍率を Fig. 5 に示す。応答倍率が最大になる加振振動数を連成系固有振動数： f_C とし、その時の応答倍率を最大応答倍率： r_M とすると、TLM による地盤ばねを用いた場合、 $f_C=2.75\text{Hz}$, $r_M=4.46$ となる。

FEM モデルによる地盤ばねを用いた場合、モデル化領域によって値は異なり、5B-2B では $f_C=2.70\text{Hz}$, $r_M=4.15$ となる。

本章では、この連成系固有振動数： f_C と最大応答倍率： r_M に着目し、領域によって異なる FEM モデルの地盤ばね誤差が建物応答に与える影響について評価する。ただし、 $h_B=3\%$ (一定) とし、 f_B (0.1~10Hz, 0.1Hz 刻み) および m_B ($1.0 \times 10^7 \sim 1.0 \times 10^9\text{kg}$, $1.0 \times 10^7\text{kg}$ 刻み) をパラメータとして検討する。

まず、地盤ばねの誤差が f_C に与える影響について検討する。参照解である TLM モデルによる地盤ばねを用いた場合の f_C を Fig. 6 に示す。横軸を f_B , 縦軸を m_B とした。 m_B 一定下において f_B が高くなる場合、はじめ f_C は高くなるが、次第に一定となる。これは、 k_B が k_s に対して硬くなることで、 k_B の変化が f_C に与える影響が小さくなることを示している。

f_C の誤差評価指標として、FEM モデルによる f_C を TLM モデルによる f_C で除した連成系固有振動数比： α を用いる。 $\alpha(3B-2B)$, $\alpha(5B-2B)$, $\alpha(7B-2B)$ のそれぞれについて、Fig. 7 に示す。Fig. 3 の a) に示す k_s において、TLM モデルよりも値が大きくなっている振動数帯に所属する建物パラメータによる α は 1 よりも大きくなっており、TLM モデルよりも値が小さくなっている振動数帯での α は 1 よりも小さくなっている。つまり、地盤ばね実部の誤差が連成系固有振動数に影響を与えているということである。

さらに、各 FEM モデルの α から分かる共通の傾向として、TLM モデルにおいて f_C が同じとなる建物パラメータに対し

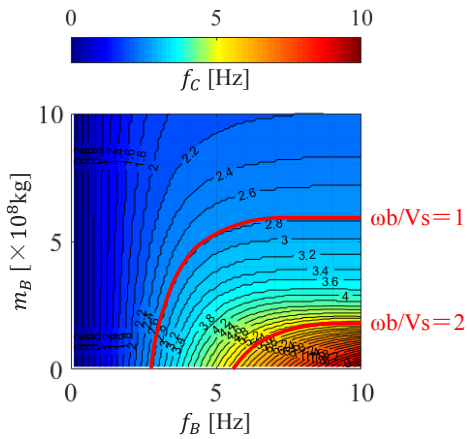


Fig. 6 連成系固有振動数(TLM, $h_B=3\%$)
(Coupled-System-Natural-Frequency)

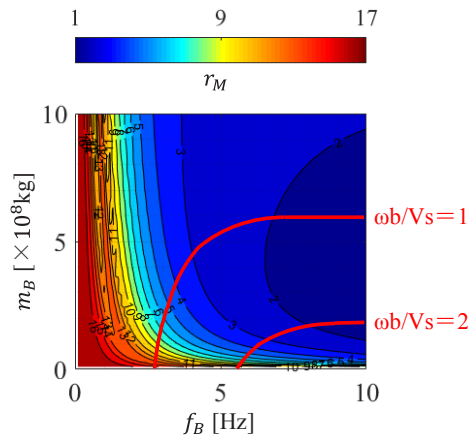
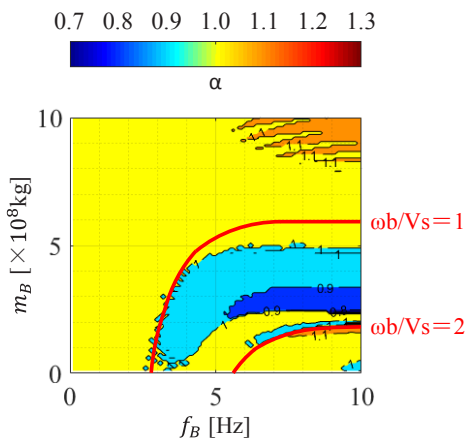
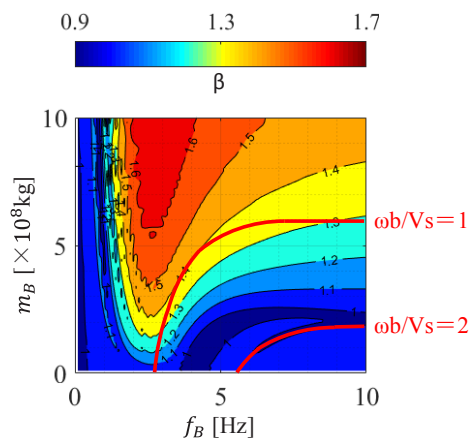


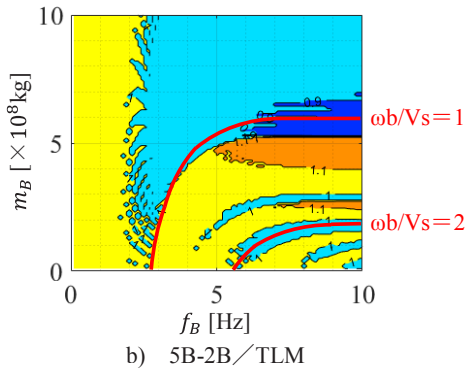
Fig. 8 最大応答倍率(TLM, $h_B=3\%$)
(Maximum Response Factor)



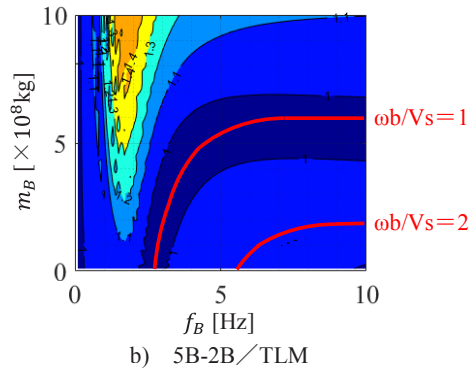
a) 3B-2B/TLM



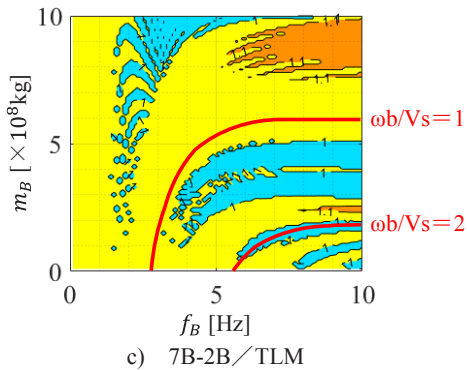
a) 3B-2B/TLM



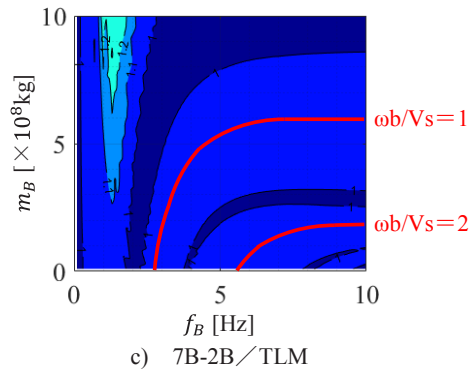
b) 5B-2B/TLM



b) 5B-2B/TLM



c) 7B-2B/TLM



c) 7B-2B/TLM

Fig. 7 連成系固有振動数比($h_B=3\%$)
(Ratio of Coupled-System-Natural-Frequencies)

Fig. 9 最大応答倍率比($h_B=3\%$)
(Ratio of Maximum Response Factors)

て、 f_B が高くなると α は1から乖離し、FEMモデルによる f_C において誤差が大きくなっている。例えば、Fig. 7のb)では、 $\omega b/Vs=1$ (TLMモデルの $\omega b/Vs=1$ 、即ち $f_C=2.79$ に対応)における建物パラメータに対して、 f_B が高い範囲では α は0.9よりも小さくなっている。つまり、建物の非連成系の固有振動数が高いほど、連成系固有振動数に対する地盤ばね実部誤差の影響が大きくなるということである。これは、地盤が相対的に軟らかくなることで、 k_s の誤差が f_C に与える影響が大きくなるためと考えられる。

また、各FEMモデルの α の取り得る値の範囲について、3B-2B: 0.77~1.23, 5B-2B: 0.86~1.17, 7B-2B: 0.91~1.15となっており、水平方向のモデル化領域が大きくなるにつれて誤差の範囲が小さくなっている。

次に、地盤ばねの誤差が r_M に与える影響について検討する。参照解であるTLMモデルによる地盤ばねを用いた場合の r_M をFig. 8に示す。 f_B が低いほど、値は大きくなっている。

r_M の誤差評価指標として、FEMモデルによる r_M をTLMモデルによる r_M で除した最大応答倍率比: β を用いる。 $\beta(3B-2B)$, $\beta(5B-2B)$, $\beta(7B-2B)$ のそれぞれについて、Fig. 9に示す。Fig. 3のb)より求まる c_s において、TLMモデルよりも値が小さくなっている振動数帯に所属する建物パラメータによる β は1よりも大きくなっており、TLMモデルよりも値が大きくなっている振動数帯での β は1よりも小さくなっている。つまり、地盤ばね虚部の誤差が最大応答倍率に影響を与えているということである。

また、各FEMモデルの β の取り得る値の範囲について、3B-2B: 0.92~1.69, 5B-2B: 0.92~1.50, 7B-2B: 0.95~1.28となっており、水平方向のモデル化領域が大きくなるにつれて誤差の範囲が小さくなっている。

以上、水平1自由度系建物の絶対加速度応答倍率を用いて、水平地盤ばねの誤差が建物のパラメータに応じてどのような影響をどの程度与えるかについて評価した。地盤ばね実部の誤差は連成系の固有振動数に対して影響を与え、その影響は建物の非連成系の固有振動数が高いほど大きく、水平方向のモデル化領域が大きいほど小さくなる。地盤ばね虚部の誤差は連成系の減衰定数、即ち建物応答の最大値に対して影響を与え、その影響は水平方向のモデル化領域が大きいほど小さくなる。

V. まとめ

本報では、3次元FEMによる直接基礎-均質地盤モデルを対象に、モデル化する領域の幅や深さを変えた場合の地盤ばねの精度について検討を行った。TLMモデルによる地盤ばねを参照解とし、地盤ばねの誤差と建物応答への影響について評価を行った。地盤ばねの誤差評価には振動数領域を限定した平均二乗誤差(RMSE)を用い、建物応答への影響評

価には水平1自由度系建物の絶対加速度応答倍率を用いた。建物応答への影響評価で検討した建物の振動特性パラメータについて、基礎固定時の固有振動数: 0.1~10Hz (0.1Hz刻み)、質量: $1.0 \times 10^7 \sim 1.0 \times 10^9 \text{kg}$ ($1.0 \times 10^7 \text{kg}$ 刻み)とし、減衰定数: 3% (一定)として検討を行った。本検討により得られた知見について以下にまとめる。

- ① Fig. 2に示した水平地盤ばねについて、鉛直方向のモデル化領域を変えても誤差(RMSE)はあまり変わらなかった。回転地盤ばねについては、鉛直方向のモデル化領域を基礎幅の2倍以上取ることで誤差が小さくなった。
- ② Fig. 3に示した水平地盤ばねについて、水平方向のモデル化領域を大きく取るほど誤差(RMSE)は小さくなった。回転地盤ばねについては、水平方向のモデル化領域を基礎幅の5倍以上取ることで誤差が小さくなった。
- ③ 水平地盤ばねの誤差が建物応答に及ぼす影響について評価を行うために、無質量剛基礎を介した水平1自由度系建物の絶対加速度応答倍率について定式化((3)式)し、連成系固有振動数および最大応答倍率比による評価方法について示した。
- ④ 地盤ばね実部の誤差は連成系の固有振動数に対して影響を与え、その影響は建物の非連成系の固有振動数が高いほど大きく、水平方向のモデル化領域が大きいほど小さくなる。
- ⑤ 地盤ばね虚部の誤差は連成系の減衰定数、即ち建物応答の最大値に対して影響を与え、その影響は水平方向のモデル化領域が大きいほど小さくなる。

参考文献

- 1) 竹宮宏和; 地盤-基礎-上部構造系の地震応答解析 一動的サブ・ストラクチャー法の適用一, 土と基礎, 第29巻9号, 1981, pp. 27-34.
- 2) 武藤清, 金山弘雄; 最近の原子力発電所の耐震解析の新技术 (多質点系「格子型モデル」による応答解析), 構造工学シンポジウム, 第26巻, 1980, pp. 141-148.
- 3) 高橋容之, 坂敏秀, 小磯利博, 山田和彦; 400万自由度の建屋-地盤一体モデルの有限要素解析法 (その1) 静的解析・固有値解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 2016, pp. 303-304.
- 4) 高橋容之, 森田直樹, 坂敏秀, 橋本学, 奥田洋司, 山田和彦; FrontISTRを用いた大規模建屋-地盤連成モデルの地震応答解析技術の開発, 日本機械学会第29回計算力学講演会 CD-ROM 論文集, 2016, F01-1.
- 5) J. Lysmer, R. L. Kuhlemeyer; Finite dynamic model for infinite media, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 95, Issue 4, 1969, pp. 859-878.
- 6) 原子力規格委員会; 原子力発電所耐震設計技術規程

JEAC4601-2008, 日本電気協会, 2009.

7) 鈴木承慈, 羽場崎淳, 梅木芳人, 大河内靖雄, 石川慎也;
擬似 3 次元 FEM モデルを用いた基礎浮上り非線形解析

における地盤モデル化領域の検討, 日本建築学会大会学
術講演梗概集, 2017, pp. 1131-1132.

Study on Modeled Area of Soil with Three-Dimensional Finite Element Method

Hitoshi Hinata, Toshihiro Koiso and Kenji Iwamoto

In time history response analysis of soil modeled by finite elements, it is known that the accuracy of soil impedance and building response are affected by the breadth and depth of the modeled area, but most existing knowledge applies only to pseudo-three-dimensional models. In this study, we examined the modeled area of three-dimensional homogeneous soil on which there is a raft foundation in order to accumulate and organize knowledge of three-dimensional soil models.

First, the soil impedances of some finite element soil models having different modeled areas are calculated, and are compared with those obtained by the thin layer method for reference. As a result, it is verified that the error of the impedance of the soil model which has a larger area is smaller.

Moreover, using the building response factor of absolute acceleration by single-degree-of-freedom-in-lateral-system, the effects of the error of soil impedance on building response are studied. The effects on many buildings having different vibration characteristics are evaluated.