

1次元フックの法則の3次元への拡張モデルとその検証

A Study on an Extended Model of Hooke's Law to 3D

稲葉 洋平

Yohei Inaba

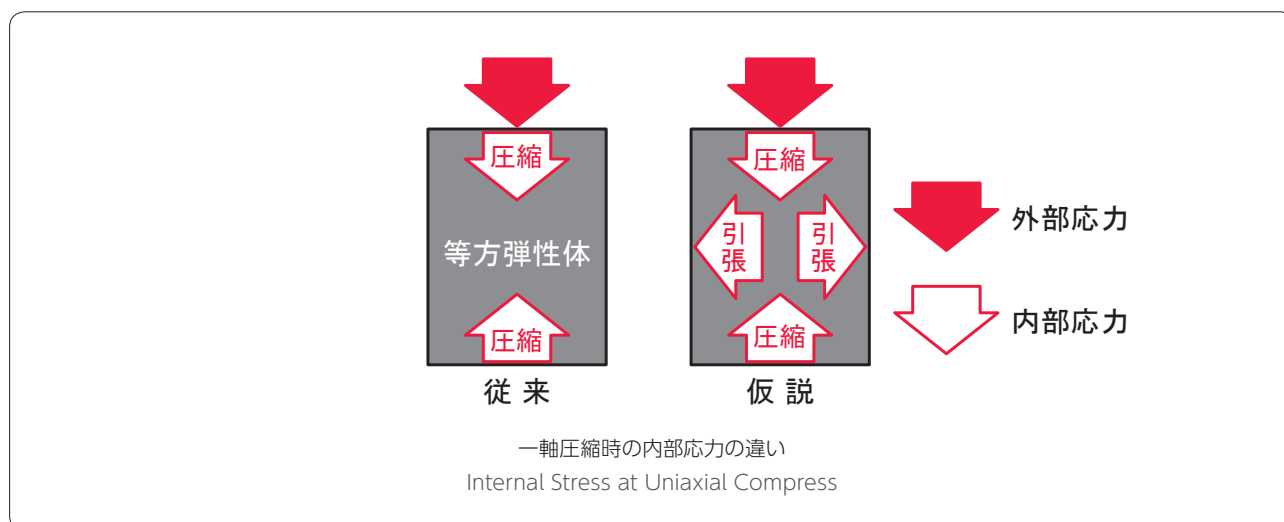
研究の背景と目的

フックの法則とは、応力とひずみが比例することを表した法則であり、力学分野で最も重要な法則の1つである。このフックの法則には、大きく分けて1次元のフックの法則と3次元のフックの法則（一般化フックの法則）がある。1次元のフックの法則とは1678年にR.フックが提起したバネの伸びと錘の関係のことであり、これと同様の関係が世の中の3次元物質の多くにもみられることから、約100年後にA.コーシーらが3次元に拡張した。これを現在では一般化フックの法則と呼んでいる。この法則は実用的には十分なものであり、建設、船舶、機械などのあらゆる分野で用いられる構造力学の基礎となっている。しかし、学問的な観点からは、まだ研究すべき点が残っている。一般化フックの法則は数式で表現すると $\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$ となり、この λ のことを第一ラメ定数と呼ぶが、この物理的意味は現在でもよく分かっていない。物理的な解釈が不明な式を使用することは、理論をさらに深く考察する際には大きな障害であり、可能な範囲で物理的解釈を与えるようにするべきである。本研究の目的は、以下を示すことにある。

- ① 1次元フックの法則を用いたモデルを構築し、フックの法則を2次元および3次元に理論的に拡張する方法の提案
- ② 一般化フックの法則の物理的解釈から導かれる内部応力に関する仮説の提案
- ③ 仮説から理論的に導かれる破壊基準が現実の材料の破壊を説明できることの検証

研究の成果と活用

現在の内部応力の考え方は、外部応力の作用している方向にのみ内部応力を認め、外部応力の作用していない方向には内部応力を認めない。すなわち、縦方向に一軸圧縮が作用した場合、縦方向には内部応力を認めているが、横方向には内部応力を認めていない。しかし、本研究で提案した斜材モデルから導かれる仮説からは、横方向にも内部応力が存在することが予想される。この仮説は λ の物理的解釈を可能とし、ポアソン比の範囲が $0 \leq \nu \leq 0.5$ となることを理論的に説明できる。また、完全脆性材料の破壊面が三角錐となり、その傾きがポアソン比と相関することを導き出す。この仮説の妥当性については、今後の研究や実験により明らかにされるべきものであり、その評価を現時点で行うのは時期尚早であるが、内部応力の考え方について、従来とは異なる考え方の可能性を示せたのは重要な成果といえる。



研究手法

現在の一般化フックの法則を物理的に解釈するためのモデルとして「斜材モデル」を提案した。この斜材モデルから理論的に導き出した弾性係数やポアソン比の相関が、現在用いられている等方弾性体における一般化フックの法則の相関と同じであることを示した。これにより、斜材モデルが、主応力方向に関して一般化フックの法則が成立する等方弾性体としての条件を備えていることを示した。斜材モデルから理論的に導かれる破壊面が現実的な破壊を説明できることを確認し、仮説の妥当性についての検証を行った。